技術解説

応力拡大係数を用いた接着強度評価について

Debonding Strength Evaluation of Adhesive Structure in Terms of Stress Intensity Factor

九州工業大学　大学院工学研究院
機械知能工学研究系
教授

工学博士　野田　尚昭
Nao-Aki Noda

1．はじめに

接着剤接合法は、溶接やボルト接合などに比べて、異種材料間の接合が可能で密閉性がよく、しかも軽量化や省スペースが図られるため、航空機や自動車用外板や電子機器における接合などでの用途が拡がっている。そのため、接着剤の性能をより正確に評価することが求められている。ここでは、界面のはく離強度評価の一つとして、接合界面上に仮想的なき裂（仮想き裂）を想定した応力拡大係数によるはく離強度の評価について紹介する。

まず初めに２次元問題における通常の均質材の応力拡大係数について紹介する。次に界面の応力拡大係数と、その応用として接着構造の応力拡大係数によるはく離強度評価について解説する。ここでの応力拡大係数は強度評価に大きな影響をもつ引張方向に直交する面を引き裂く強度を対象とする K_I タイプを中心に述べる。また、ここで考える界面き裂は、実際のき裂ではなく強度評価のための仮想的なき裂である。

2．通常のき裂における応力拡大係数について

応力拡大係数とはき裂先端付近の応力状態をより正確に予想するために使われる係数であり次式(1)によって定義される。

$$K_I = \lim_{r \to 0} \sqrt{2\pi r}\,\sigma_y(r) \tag{1}$$

$\sigma_y(r)$ は r のとり方で大きく変わるが $\sqrt{2\pi r}\,\sigma_y(r)$ は r が小さいときには r にほぼ無関係となるから、この式中の r を０とおいたもので応力集中の強さを求めればよい。代表的なき裂を有する均質材の応力拡大係数として、たとえば図１に示すようなものがある[(1),(2)]。図１(a)の無限板の内部き裂の応力拡大係数は、式(2)で表される。ここで、K_I，K_{II} は応力拡大係数であり、σ, τ は、遠方での応力、a はき裂長さである。

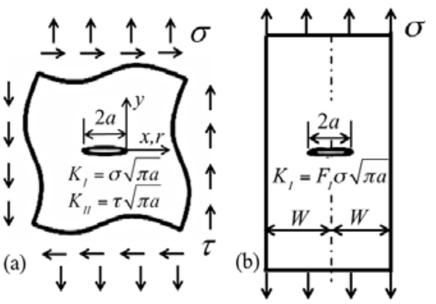
図１(b)に示される有限幅板の中央き裂と図１(c)に示される有限幅板における縁き裂の応力拡大係数は次式で定義される。

$$K_I = F(\lambda)\sigma\sqrt{\pi a},\ \lambda = a/W \tag{2}$$

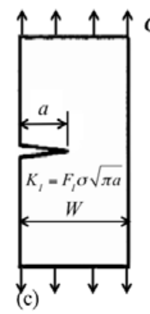
このとき、それぞれの無次元化応力拡大係数は(3a)、(3b)で定義される。

$$F(\lambda) \cong (1-0.025\lambda^2+0.06\lambda^4)\sqrt{\sec(\pi\lambda/2)} \tag{3a}$$

$$F(\lambda) \cong \sqrt{2/\pi\lambda \tan(\pi\lambda/2)} \times (0.752+2.02\lambda+0.37(1-\sin(\pi\lambda/2))^3)/\cos(\pi\lambda/2) \tag{3b}$$



a/W	F_I
0	1.0
0.1	1.0060
0.2	1.0246
0.3	1.0577
0.4	1.1094
0.5	1.1867
0.6	1.3033
0.7	1.4882
0.8	1.8160
0.9	2.577
→1	→∞



a/W	F_I
0	1.1215
0.1	1.189
0.2	1.367
0.3	1.659
0.4	2.111
0.5	2.823
0.6	4.032
0.7	6.355
0.8	11.95
0.9	34.62
→1	→∞

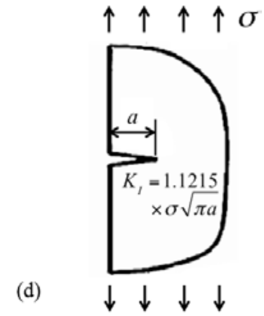


図１(a)無限接合板の内部き裂（b)中央き裂を有する有限幅接合板（c)縁き裂を有する有限幅接合板（d)半無限接合板の縁き裂

図１(d)の半無限板の縁き裂の応力拡大係数は、式(4)で表される。

$$K_I = 1.1215\sigma\sqrt{\pi a} \tag{4}$$

３．異材接合界面き裂の応力拡大係数について

3.1 界面き裂の応力拡大係数の求め方

異種接合材の界面き裂先端の応力場は、２章で述べた均質材中のき裂の場合とは異なり解の大部分が振動しながら発散してゆく漸近特性をき裂先端に持っている。すなわち図２(b)に示す接合界面上の応力をσ_y, τ_{xy}とすると、界面き裂の応力拡大係数は次式で定義される。

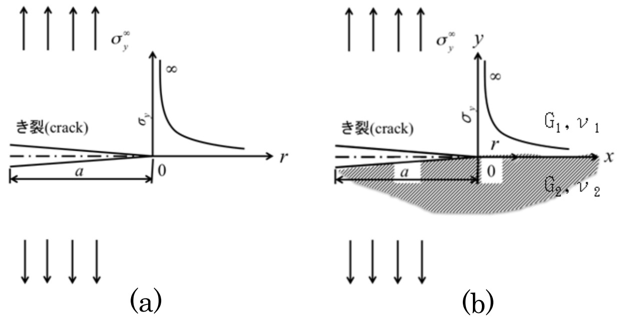


図２ (a)均質材の応力集中 (b)接合界面の応力集中

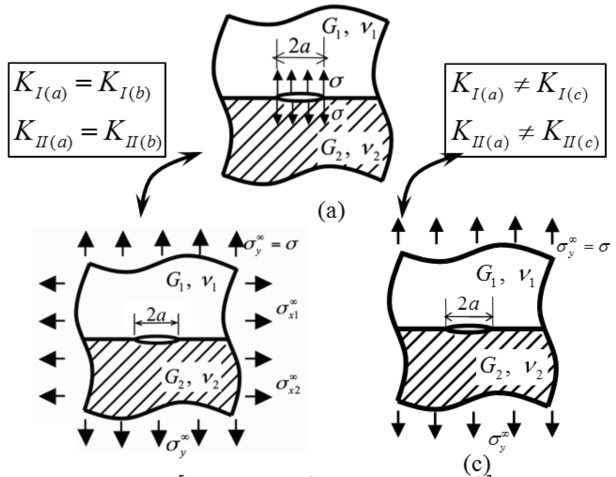
$$K_I + iK_{II} = \lim_{r\to 0}\left(\sigma_y + i\tau_{xy}\right)\sqrt{2\pi r}\left(\frac{r}{2a}\right)^{-i\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi}\ln\left[\left(\frac{\kappa_1}{G_1}+\frac{1}{G_2}\right)\Big/\left(\frac{\kappa_2}{G_2}+\frac{1}{G_1}\right)\right]$$

$$\kappa_m = \begin{cases}\left(3-\nu_m\right)/\left(1+\nu_m\right) & (\text{平面応力}) \\ 3-4\nu_m & (\text{平面ひずみ})\end{cases} \quad (m=1,\ 2)$$

ν_m：ポアソン比 ,G_m：横弾性係数 (5)

界面き裂の応力拡大係数として最もよく知られているのは、次式(6)により表される無限接合板中の界面き裂が内圧σを受ける場合(図３(a))の結果である。



$$(\mathrm{b})\ \sigma_{x2}^{\infty} = \frac{1}{1+\kappa_2}\left[\frac{G_2}{G_1}(1+\kappa_1)\sigma_{x1}^{\infty} + \left\{3-\kappa_2-\frac{G_2}{G_1}(3-\kappa_1)\sigma_y^{\infty}\right\}\right]$$

図３(a) 内圧σを受ける無限接合板中の界面き裂 (b) $\sigma_y^\infty=\sigma$およびσ_{x1}^∞, σ_{x2}^∞を受ける無限接合板中の界面き裂 (c) $\sigma_y^\infty=\sigma$を受ける無限接合板中の界面き裂

$$K_I + iK_{II} = \left(F_I + iF_{II}\right)\left(1+2i\varepsilon\right)\sigma\sqrt{\pi a},\ F_I = 1,\ F_{II} = 0 \tag{6}$$

図３(b)に示すように，この内圧の解は界面で x 方向のひずみが等しくなる($\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{x2}$)ように、$\sigma_y^\infty = \sigma$ およびσ_{x1}^∞, σ_{x2}^∞ を作用させる場合の結果と等しい。ここで重要な点は、図３(a)と図３(b)のK_I, K_{II}は等しいが、図３(c)のそれは等しくないことである。

代表的な界面き裂の応力拡大係数の問題として、たとえば図４(a)、(b)、(c)に示すように界面に中央き裂を有する有限接合板、界面に縁き裂を有する有限接合板及び半無限板の問題がある。

3.2 界面の中央にき裂がある場合

中央界面き裂を有する有限幅接合板（図４(a)）の問題はこれまでにも多く解析され、その結果は表１に示すように大体において一致している。

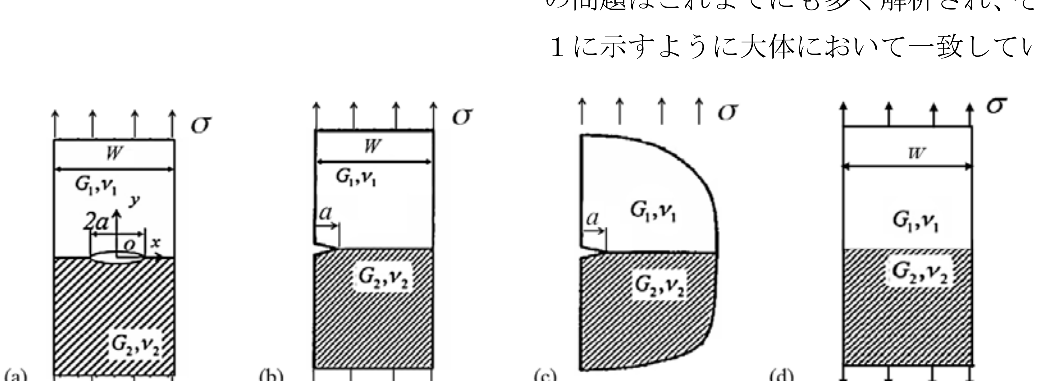


図４ (a) 界面に中央き裂を有する有限幅接合板 (b) 界面に縁き裂を有する有限幅接合板
(c) 界面に縁き裂を有する半無限接合板（図４(b)で $a/W < 10^{-3}$ の範囲の極限）
(d) き裂のない有限幅接合板

表1　界面き裂を有する有限接合板の解析結果
(図 4(a): $(\alpha, \beta) = (0.6, 0.17)$　図 6 参照)

G_2/G_1	a/W	F_I			
		Oda(4)	Mat.(5)	Yuki(6)	Ikeda(7)
4	→0	?	?	?	?
	0.1	0.987	0.981	0.983	0.987
	0.2	1.006	1.006	1.005	1.006
	0.3	1.038	1.037	1.038	1.031
	0.4	1.088	1.086	1.088	1.089
	0.5	1.161	1.163	1.162	1.163

表１で a/W→0 の極限を考えると，F_{II}→0 となりそうであるけれども F_I→1 とはならないことがわかる。これは図３で示したように、図４(a)で a/W→0 の極限である y 方向一軸引張りを受ける無限接合板の解図３(c)が、内圧の解図３(a)と異なるためである。

図４の問題の解析は、これまで特定の材料組合せに限定されていた。そこで、任意の材料組合せに対して考察した結果(3)を以下に述べる。有限要素法解析により得られるき裂先端の節点の値を用いて、基準解との比をとることにより応力拡大係数を決定する方法(3)を利用して求めたものである。なお、基準解とはすでに体積法(BEM)によって高精度に求められた解である。まず、最も基本的な図３(a)に示す無限接合板中の中央界面き裂が任意材料の組合せに対する応力拡大係数 K_I, K_{II} に及ぼす材料組合せの影響を示す。以下で用いられる α, β は式(7)で定義される Dundurs の複合材料パラメーターである。図４のような板の接着問題では材料 1、2 で合計 6 つの弾性定数が存在するが、α, β が同じなら同じ解になることが証明されている。

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2+1)-G_2(\kappa_1+1)}{G_1(\kappa_2+1)+G_2(\kappa_1+1)}, \beta = \frac{G_1(\kappa_2-1)-G_2(\kappa_1-1)}{G_1(\kappa_2+1)+G_2(\kappa_1+1)} \quad (7)$$

図５に種々の材料組み合せに対して (α, β) の存在する範囲を示す。図５の平行四辺形の内側の α, β の範囲のみその組合せが存在する。よって (α, β) の存在範囲に対して結果を示せば任意の材料組み合わせの解となる。図６に (α, β) の存在範囲における F_I の値を示す。図６より、$\alpha = 0.2, \beta = 0.3$ の場合に最大値 $F_{I,max}$＝1.036 がえられ、$\alpha = 1.0, \beta = 0$ の場合では、最小値 $F_{I,min}$=0.882 がえられる。また、常に F_{II}＝0 である。すなわち，あらゆる材料組合せにおいて遠方で y 方向一軸引張応力 σ=1 を受ける界面き裂の F_I は、それぞれの材料組合せで内圧 σ=0.882～1.036 を受ける界面き裂の F_I に相当する。図６より、$\alpha = 0.6$ の数値を β の変化に対して読み取りグラフ用紙に x 軸を β、y 軸を F_I としてプロットすることにより $\beta = 0.17$ での F_I を求めると F_I=0.969 となる。これがこれまでの文献では示されていなかった表１での a/W→0 における F_I の値である。

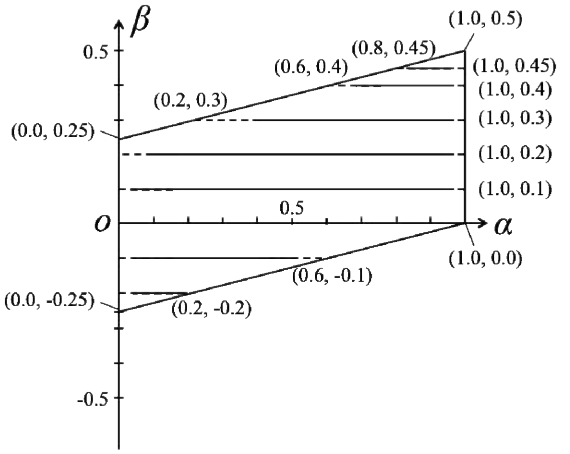


図５　α, β の存在する範囲

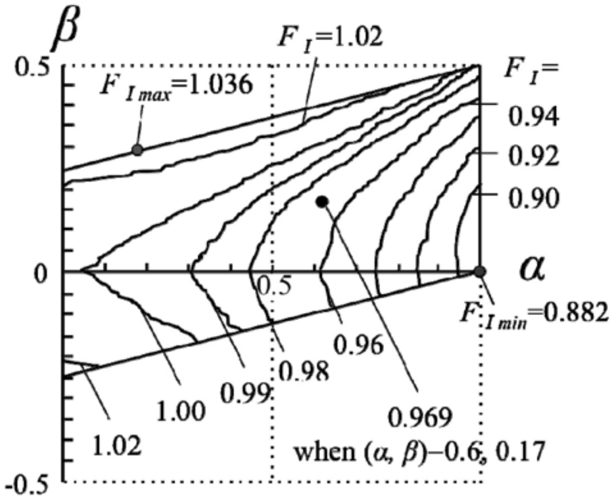


図６　y 方向一軸引張りを受ける無限接合板の $F_{I,max}$, $F_{I,min}$　(図 4(a)で a/W→0)

４．異材接合縁に界面き裂がある場合の応力拡大係数について

異なる材料を接合した場合にも、界面の剥離は通常接合端部から開始され、内部へ進展する。したがって、図４(b)に示すような縁界面き裂を有する有限接合板の問題も基本的な界面き裂問題であり、これまでにも表２に示すように多くの解析結果があ

表２　縁界面き裂を有する有限接合板の解析結果
(図 4(b)：$(\alpha,\beta)=(0.6,0.17)$ 図６参照)

G_2/G_1	a/W	F_I			
		Oda(4)	Mat.(5)	Yuki(6)	Ikeda(7)
4	→0	?	?	?	?
	0.1	1.207	1.199	1.201	1.209
	0.2	1.365	1.368	1.387	1.368
	0.3	1.644	1.655	1.653	1.654
	0.4	2.093	2.102	2.1	2.101
	0.5	2.791	2.806	2.807	2.807

る[(4)～(7)]。

しかし、表１と同様に表２もこれまでには *a/W*→0 の極限の結果があたえられていなかったので、最近著者らはその極限の解を考察した[(8),(9)]。また、図４(b)を任意の材料組合せに対して解析し、その応力拡大係数を考察した。また図４(c)の界面き裂を有する半無限接合板の問題についても考察を行った。$a/W<10^{-3}$ で以下の関係が成立する。

$$F_I\cdot(a/W)^{1-\lambda}=C_I \tag{8}$$

ここでλは図４(d)のき裂の無い接合板端部の応力特異性指数であり、その特異性の有無から式(9)が説明できる。

$$\begin{aligned}&\text{領域(1)}\quad \alpha(\alpha-2\beta)>0: F_I, F_{II}\to\infty,\ (\lambda<1)\\&\text{領域(2)}\quad \alpha(\alpha-2\beta)=0: F_I, F_{II}\to \text{有限},\ (\lambda=0)\\&\text{領域(3)}\quad \alpha(\alpha-2\beta)<0: F_I, F_{II}\to 0\end{aligned} \tag{9}$$

表２の $(\alpha,\beta)=(0.6,\,0.17)$ では図４(d)の接合端部に特異性が生じるので、これまでの文献[(4)～(7)]では示されていなかった *a/W*→0 での F_Iは∞となる。図７に *a/W*→0 の解としてすべてのα, βに対する C_Iを図示する。

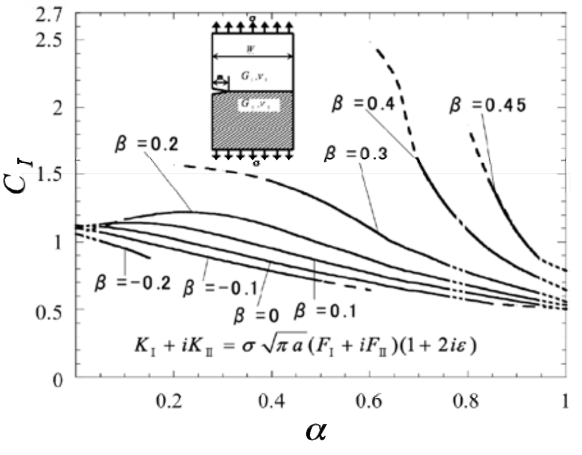


図７　縁界面き裂を有する有限接合板の C_I

図８は、実際の材料組み合わせを基に、それぞれの組み合わせのα, βを表したものである。図４(d)の接合端部の特異性に注目した場合、斜線部分は $\alpha(\alpha-2\beta)<0$ となり図８で特異性がない領域であり、灰色部分は $\alpha(\alpha-2\beta)>0$ となり特異性が存在する領域（１）である。また、境目は $\alpha(\alpha-2\beta)=0$ となる場合領域（２）である。

例えば、Ceramics/Ceramics の組み合わせにおいて Si_3N_4 $(E=304GPa,\ \nu=0.27)$ と MgO $(E=304GPa,\ \nu=0.175)$ の組み合わせでは、$\alpha=0.023,\ \beta=0.048$ で $\alpha(\alpha-2\beta)=-0.00172$ となり領域(3)に存在する。しかし、Al_2O_3 $(E=359GPa,\nu=0.20)$ と MgO の組み合わせでは、$\alpha=0.089,\ \ \beta=0.044$ で $\alpha(\alpha-2\beta)=0.00015$ となり領域(1)に存在するので破壊が生じやすい。

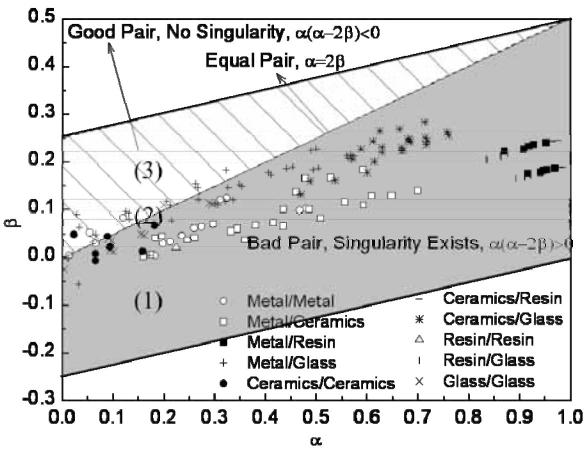


図８　実際の材料組み合わせにおけるα, β

表３　接着接合板の引張試験の実験結果[(10)]

h [mm]	*h/W*	Measured values [MPa]					Average [MPa]
0.05	0.0039	47.7	50.0	58.4	63.5	66.5	57.2
0.1	0.0078	44.3	49.8	52.0	57.0	63.5	53.3
0.3	0.024	28.6	30.8	32.5	34.2	36.5	32.5
0.6	0.047	21.9	24.8	25.2	28.2	29.6	25.9
1.0	0.079	21.5	21.5	21.9	23.5	24.4	22.6
2.0	0.16	14.8	18.2	18.1	19.9	20.9	18.4
5.0	0.39	11.4	11.4	13.6	15.0	15.6	13.4

５．接着界面のはく離強度評価への応力拡大係数の適用

表３に接着接合板の接着強度σ_yの実験結果[(10)]を示す。材料には被着材として S35C $(E_1=210GPa,\ \nu_1=0.30)$、接着剤として Epikote828 $(E_2=3.14GPa,\ \nu_1=0.37)$ を用いる。このとき、$\alpha=0.969,\ \beta=0.199,\ \lambda=0.685$ であり、図９に試験

片寸法と実験結果を示す。図９より、h/W が大きくなると引張強さ σ_y は急激に小さくなる。そこで、特異応力場の観点から接着強度を考察する。図 10 に仮想き裂モデルを示す。実験で用いられたそれぞれの接着層厚さ h/W に対して無次元化応力拡大係数 F_I の値を求め表４に示す。ここでは、仮想き裂の相対長さ a/W=0.01 を仮定して考察する。F_I の値と表３の接着強度 σ_c より、式(10)からそれぞれの接着層厚さ h/W における K_{Ic} の平均値を求め表４に示す。

$$K_{Ic} = F_I\,\sigma_c\sqrt{\pi a} \qquad (10)$$

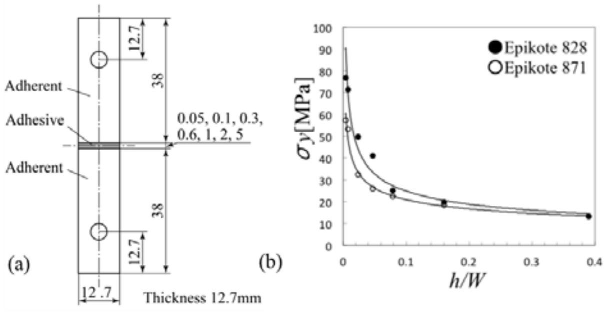


図９　(a)試験片寸法
(b)接着層厚さ *h/W* と接着強度 σ_y の関係

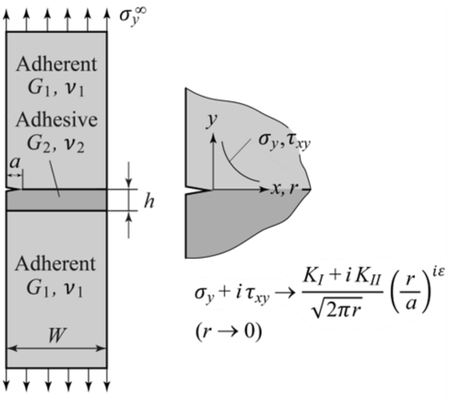


図 10　仮想き裂モデル

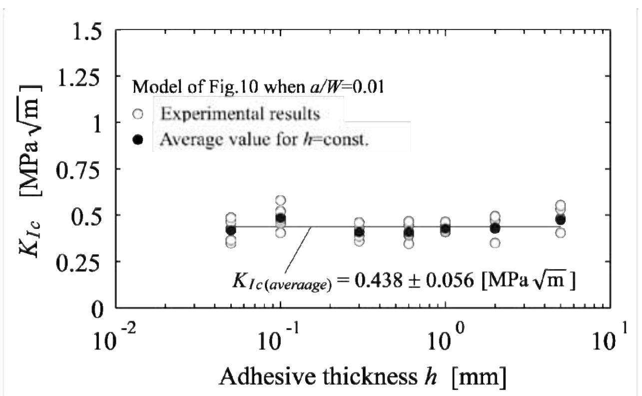


図 11　破壊じん性値 K_{Ic} と接着層厚さ h との関係

図 11 にき裂の相対長さ *a/W*=0.01 の部分はく離モデルの破壊じん性値 K_{Ic} と接着層厚さ h との関係を示す。表４より部分はく離モデルにおける破壊じん性値 K_{Ic} の平均値と標準偏差は *a/W*=0.01 で $K_{Ic(average)}$=0.438±0.056 [MPa$\sqrt{\text{m}}$]である。このような部分はく離モデルを用いて、特異応力場の観点から接着強度が破壊じん性値 K_{Ic}=一定で評価できる。この概念を用いることにより、接着構造部の強度設計においてより簡便で精度の高い評価が可能となる。

表４　それぞれの接着層厚さ *h/W* での無次元化応力拡大係数 F_I と破壊じん性値 K_{Ic}

h/W	σ_c [MPa]	$a/W=0.01$		$a/W=0.1$	
		F_I	K_{Ic} [MPa$\sqrt{\text{m}}$]	F_I	K_{Ic} [MPa$\sqrt{\text{m}}$]
0.001	—	0.266	—	0.231	—
0.0039	52.7	0.364	0.419	0.255	0.856
0.0079	53.5	0.460	0.487	0.283	0.914
0.01	—	0.509	—	0.300	—
0.024	32.5	0.660	0.410	0.358	0.765
0.047	25.9	0.810	0.409	0.459	0.783
0.079	22.6	0.990	0.429	0.600	0.825
0.1	—	1.091	—	0.663	—
0.16	18.4	1.300	0.435	0.790	0.863
0.39	13.4	1.90	0.475	1.100	0.899
0.5	—	2.102	—	1.186	—
–	–	–	average 0.438	–	average 0.844

参考文献

(1) 石田誠：き裂の弾性解析と応力拡大係数(1976), p.145.

(2) 野田　尚昭, 荒木　清己, F. Erdogan：日本機械学会論文集Ａ編，Vol. 57, No. 537 (1991), pp. 1102-1109.

(3) 野田　尚昭, 張　玉, 高石　謙太郎, 蘭　欣：日本機械学会論文集A編, Vol. 59, No. 12 (2010), pp. 900-907.

(4) 小田　和広, 神杉　一吉, 野田　尚昭：日本機械学会論文集A編, Vol. 75, No. 752(2009), pp. 476-482.

(5) 松本　敏郎, 田中　正隆, 小原　亮：日本機械学会論文集Ａ編，Vol. 65, No. 638(1990), pp. 2120-2127.

(6) 結城　良治, 曺　相鳳：日本機械学会論文集A編,

Vol. 55, No. 510(1989), pp. 340-347.
(7) 宮崎 則幸, 池田 徹, 祖田 敏弘, 宗像健：日本機械学会論文集A編, Vol. 57, No. 544(1991), pp. 2903-2910.
(8) 野田 尚昭, 蘭 欣, 道中 健吾, 張 玉, 小田 和広：日本機械学会論文集A編, Vol. 76, No. 770 (2010), pp. 1270-1277.
(9) 蘭 欣, 道中 健吾, 張 玉, 野田 尚昭：材料, Vol. 60, No. 8(2011), pp. 748-755.
(10) 鈴木 靖昭：日本機械学会論文集A編, Vol. 53, No. 487 (1987), pp. 514-522.