

寄稿論文

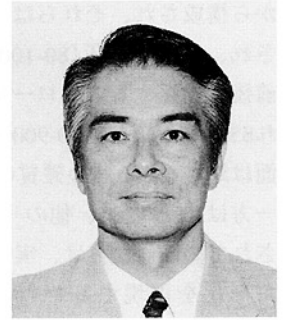
ゴム巻きロールの多角形現象

Polygonal Deformation of Roll-Covering Rubber

九州大学工学部機械工学科
教授

末岡 淳男

Atsuo Sueoka



1 緒言

機械工学の分野では、数多くの接触回転系が用いられている。この接触回転系の運転中に、回転体であるロール外周に周期的な多角形化パターンが形成されるとともに、大きな振動が発生し継続的な機械の運転が不可能になったり、製品表面にマークが生じ欠陥品となることが多い¹⁾。ここでは、このような現象を「パターン形成現象」と呼ぶ。

このような現象が発生する対象系には一対のロールまたは複数の接触ロール系でロールに変形が蓄積するものとして、抄紙機のプレスロール、スミューザロール、ゲートロールサイズのゴム部やフェルトの変形およびカレンダーロールのバーリング、繊維機械のワインダー系における糸玉の多角形化、インク連続供給型印刷機の受け渡しロールの周期的なインクのむらおよび工作機械の心なし研削における工作物の多角形化などがある。一方、接触系がロール以外の場合で、ロール側に変形を生じる系には、鉄道車両の弾性車輪タイヤの多角形化、研削における再生びり、自動車タイヤの多角形摩耗、研削砥石の多角形化、圧延ロールの多角形化などがあり、同じく接触系のロールでない側に変形を伴うものとして、製鉄機械の熱延/冷延ストリップのチャタマークおよびチャタリング、ブラシロールによるブラシマーク、レールのコルゲーション、フライス加工の再生びり、ドリル切削時の奇数多角形状穴および身近な生活環境では、アスファルト道路の波状摩耗、非舗装道路のうねりがある。このように、工業界や生活空間に接触回転系におけるパターン形成現象の回避すべき問題は極めて多く見受けられる。

このうち接触回転するロール側の変形では、その回転数に応じて円周方向に周期的な特定パターンの形成である多角形化現象が見られる。これらのパターン形成の変形形態には、大別して塑性変形、切削・研削・摩耗による変形および粘弾性変形などが関与しているが、振動数とパターン形成の観点からみると、次のような簡単な関係が成立している。

(1) ロールなどの周期的(周期 2π)な構造物にパターン形

成が発生する場合ロールの回転数を f (Hz)、ロールに発生するパターン形成である多角形化現象の角形数を n (整数; 1, 2, 3, ...)、および対象とする系の第 i 次固有振動数を f_i (Hz) とすると、

$$f_i = f \cdot n \dots\dots\dots(1)$$

が成り立つ。一般に、 f_i が $f \cdot n$ よりもわずかに大きい場合が多い。このパターン形成のメカニズムの特徴は時間遅れ系となることである。

たとえば、抄紙機のロールの角形数 n は 6-9、繊維機械のワインダーの糸玉の角形数は 2-3、芯なし研削では、3-5 の奇数角形や 10-20 の偶数角形の発生、自動車タイヤの多角形摩耗では 10-20 角形、および圧延ロールの多角形化現象における角形数が 35-60 と対象系によってその角形数もいろいろである。最近ドイツで発生した高速鉄道の脱線事故で使用されていたゴム巻き弾性車輪はタイヤ部の多角形化を防止するために効果があるとの報告もあるが、日本では名古屋の地下鉄で弾性車輪の多角形化を経験している。

(2) 接触回転系のロール以外の接触系にパターン形成が発生する場合ロールの走行速度を V (m/s)、接触系に発生するパターン形成の波長を λ (m) および接触回転系の関連固有振動数を f_i (Hz) とすると、

$$f_i = V/\lambda \dots\dots\dots(2)$$

が成り立つ。このパターン形成のメカニズムは繰り返し系となることである。

たとえば、JR 長崎本線や福岡地下鉄で発生しているレールの波状摩耗は 3 ヶ月程度で成長してしまう。最も多いケースはカーブ軌道の内軌側レールの波状摩耗である。

ここでは、上記(1)を対象とし、工業用ゴムを使用した接触回転系に生じる代表的なパターン形成現象の発生メカニズムを紹介する。

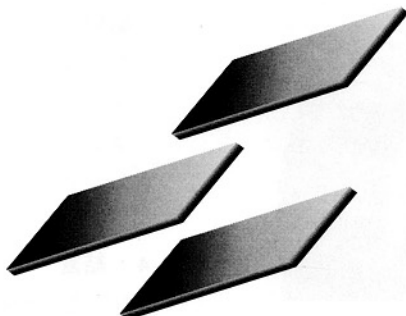
2 ゴム巻きロールの多角形化現象

プレスロールの 1 つであるスミューザロールの多角形化現象²⁾について述べる。スミューザロールは抄紙機プレスパートの最終段に位置し、紙の平坦さを出す役目を担う。スム

構解明と対策が急務となっている。今後のこの方面の研究を期待したい。

参考文献

- (1) 末岡淳男, ロータダイナミクスの先端技術, 機習教 No.930-23, (1993),9-19.
- (2) 末岡淳男・ほか7名, 機論,59-563,C (1993), 2078-2085.
- (3) 山口正博・広岡秀樹・高崎勝明・片山圭一・末岡淳男・劉孝宏, 機論,59-566,C(1993),2932-2937.
- (4) 日本自動車タイヤ協会, 乗用車用タイヤの異常摩耗について,(1990),2.



は残留変形量が増加することなので、ニップ部で生じたゴムの遅延弾性変形が塑性的になることを意味する。

実機および実験機のロール上のある一点について考えると、ニップ部に入って出るまでの時間は1ms程度である。そのような極めて短時間にニップ部への出入りが繰り返されるロール上下方向のゴムの振動特性値は常に衝撃的な効果を伴う。

一方、変形させられた部分はニップ部通過直後にロールの一回転周期の0.1s程度の短時間後にニップ部に再突入する。このような短時間でのゴムの変形回復特性を式(4)に示すように指数関数で表したとき、回復特性指数 α はロール回転周期に大きく依存し、後述の数値計算においてそれが系の安定性に及ぼす影響が極めて大きいことが明らかとなった。そこで、ゴムの動的な回復特性指数 α の同定実験を行い、その実験結果から得られた α の値を用いて数値計算を行った。

まず、ロール回転周期 2π となるように式(3)に対して次式のような変数変換を行う。

$$\tau = \omega t, \omega = 2\pi/T \dots\dots\dots(5)$$

そのような変換を行った式(3)はむだ時間 2π をもつ線形時間遅れ系となるので、その安定性が重要な問題となる。初期値をすべて零として式(3)に対してLaplace変換を行い、さらに若干の変形を施すと次式を得る。

$$AX=0 \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $X=(X_1, Z-X_2, X_2), 0=(0,0,0)$ であり、

$$A = \begin{bmatrix} g_1 - k_3 - k_3 & & \\ -k_3 & g_2 & k_3 \\ -k_3 & k_3 & g_3 \end{bmatrix},$$

$$g_1 = m_1\omega^2s^2 + c_1\omega s + k_1 + k_3$$

$$g_2 = k_3 + (c_4\omega s + k_4)\{1 - \exp(-\alpha T - 2\pi s)\}$$

$$g_3 = m_2\omega^2s^2 + c_2\omega s + k_2 + k_3$$

および左肩号「 l 」は転置記号、 X_1, X_2, Z はそれぞれ x_1, x_2, z のLaplace変換、 s はLaplace変換変数である。

式(6)から特性方程式は次式となる。

$$\det A = 0 \dots\dots\dots(7)$$

むだ時間が存在するため、式(7)の特性根 $s = \sigma + jN$ ($j = \sqrt{-1}$)は無数存在する。そのすべての実部が負($\sigma < 0$)であれば系は安定、一つでも正($\sigma > 0$)のものがあれば不安定、すなわち、多角形化現象が発生する。式(6)から実時間 t に換算した場合、系は角振動数 ωN 、つまり、回転角速度の N 倍で振動することから、 N はロール変形の角形数に相当する。

2.3 数値計算結果

計算に用いた基準パラメータは、 $m_1, m_2 = 1400\text{kg}$ 、 $k_1, k_2 = 43\text{MN/m}$ 、 $k_3 = 34\text{MN/m}$ 、 $k_4 = 190\text{MN/m}$ 、 $c_4 = 0.37\text{MN}\cdot\text{s/m}$ および $\alpha = 2.0\text{s}^{-1}$ である。

図-3は基準パラメータ、 $c_1 = c_2 = 10\text{kNs/m}$ としたときの式(5)の比較的小さな虚部を有する特性根の虚部 N とTRの回転

数 $f = \omega/2\pi$ の関係を示す。 Ω_1 および Ω_2 はそれぞれ1次および2次の固有振動数と回転数の比を表し、図中実細線で示す。また、点線および実線の太線部はそれぞれ安定($\sigma < 0$)および不安定($\sigma > 0$)の領域を表す。なお、 Ω_1 に関する実細線は点線とほぼ同一の曲線となるため省略している。図から、2次の固有振動数付近で、しかも N が整数の付近でのみ不安定特性根が存在すること、すなわち、TRおよびBR支持部が上下対称の特性を有するとき、TRおよびBRが逆位相の2次モードのみに不安定振動が発生し、同位相の1次モードでは発生しないことがわかる。また、 N が大きいくほど不安定領域が狭くなる。図中のマスコットはゴム部の変形形状の概略である。

図-4は基準パラメータ、 $\sigma = 0, 0.1, 0.2\text{rad}^{-1}$ の場合の解の軌跡を示す。横軸はTRの回転数 f 、縦軸はTRおよびBR支持部の粘性減衰係数 c_1 および c_2 を表す。 $\sigma = 0$ の曲線は安定・不安定境界を示し、釣り鐘状の内部が不安定領域である。図中、 $n=3, 4, \dots$ の数字は N に最も近い整数を表しており、これを便宜上ロールゴム部変形の角形数と呼ぶ。図から、粘性減衰係数 c_1, c_2 が大きいくほど不安定領域が小さくなり系は安定化する。また、ロール回転数が高く角形数が小さいほど多角形化現象は発生しやすいこと、角形数が大きくなると不安定領域が減衰の小さい側に移動しかつ小さくなり、多角形化現象が発生しにくくなる。これは実機ならびに実験機における結果と一致している。したがって、多角形化防止対策として、ロール支持部の減衰を大きくすること、できるだけ低いロール回転数範囲内で運転するこ

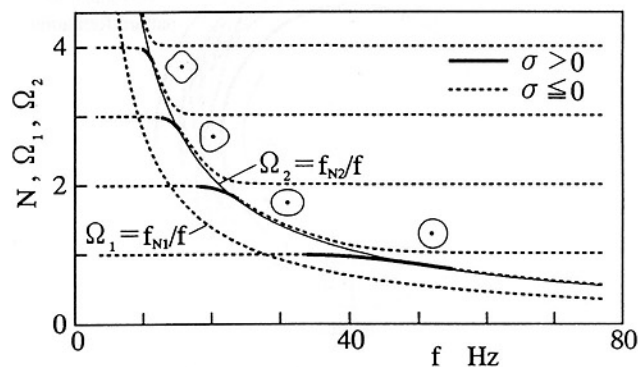


図-3 f と N の関係

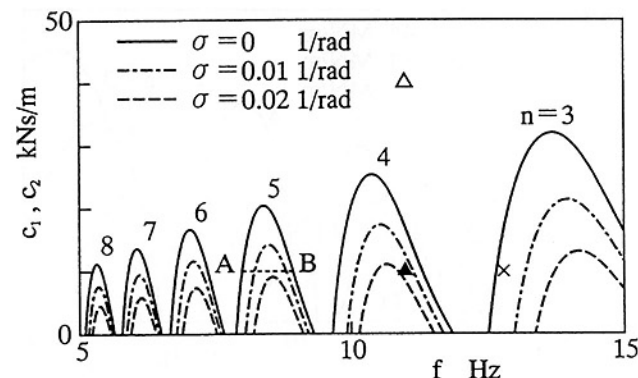


図-4 不安定領域

横軸はニップ部通過後の時間、縦軸は回復特性指数 α である。図から、回復特性指数は時間（ロール回転数）依存性を有することが明らかになった^{2),3)}。この時間依存性を非線形フォークト(2要素; k, c) モデルで同定すると、絶対剛性 K^* のひずみおよびひずみ速度依存性は小さいが、損失係数 $\tan \delta$ のひずみ速度依存性が大きいことが実験から明らかになった。ゴム力学モデル各要素と粘弾性特性との関係を用いて、上記の粘弾性特性の結果をゴム力学モデル要素のばね定数 k および粘性係数 c とひずみおよびひずみ速度依存性を求めることができる。その結果、ばね定数 k のひずみおよびひずみ速度依存性は小さいが、粘性係数 c のひずみ速度依存性が大きく、ひずみ速度が大きくなるに従い、指数関数的に減衰係数が小さくなることが明らかになった。この k と c を用いて、一定荷重をかけた後、ステップ状に除荷するときの過渡応答を数値計算することにより、除荷後の時間経過とゴムの α の関係を求めると、図-9の実線のようになる。

3 自動車タイヤの多角形摩耗

粘弾性変形をとまなう接触回転系におけるパターン形成現象を抄紙機スーマザロールを例にとって紹介した。次に、自動車タイヤの多角形摩耗について簡単に触れる⁴⁾。これは摩耗が原因でタイヤ外周上に周期的なパターン形成が生じる例であるが、抄紙機のゴム巻きロールの多角形化と同様のメカニズムによる。

近年、高速道路の普及に伴い、高速かつ定速での長時間

運転が普通になりつつある。それにとまない、自動車タイヤに自励的な多角形摩耗が多発している。図-10にトラック用タイヤの多角形摩耗の例を示す。図-10(a)はタイヤのトレッド形状とは無関係に周方向にはほぼ18角形を呈している多角形摩耗であり、パターンはタイヤ軸方向に対してわずかに傾斜しているように見える。図-10(b)はラグ形トラックタイヤのトレッド形状の一つおきに摩耗が発生した23角形の多角形摩耗である。この種の多角形摩耗は横溝が大きなトレッド形状に発生し易く、自励的摩耗とラグ形状による強制または係数励振的な要素を含むパターン形成の例と考えられる。ここでは、車が一般道路や高速道路を通常走行しているときに発生する多角形摩耗の特徴⁽¹⁾を以下にまとめる。

(1) 駆動軸ではなく、従動軸に発生する。とくに、FF車の後輪での発生例が多い。

(2) ホイールアラインメントのうち、トーインが大きすぎると発生し易い。

(3) 多角形摩耗を引き起こす原因の一つは、タイヤ自身の振動と考えられ、その固有振動数がタイヤの多角形パターンの角形数に直接関係する。すなわち、(タイヤ系の固有振動数) \cong (タイヤの角形数) \times (タイヤ回転数) の関係が認められる。

(4) 多角形摩耗は外側ショルダ部からタイヤ軸方向に対して斜めに成長することがある。そのときには、自動車の後ろから見て左右タイヤでV形の鏡像関係にある。その軸方向からの傾斜角をトーインによるタイヤのすべり角とは対応関係がない。

(5) 角形数は乗用車とトラック・バスでは異なるが、全体的には、10~20角形が多い。

(6) 2.5万km~4万km走行程度で発生する。

(7) 多角形摩耗の発生例に高速道路走行車両の占める割合が極めて高い。

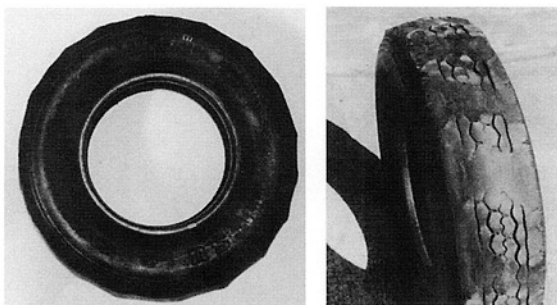
(8) 路面状況、温度、タイヤ材質によって発生する度合いが異なる。アスファルト道路、高温時(夏場)および低内圧タイヤに生じ易い。

(9) 多角形摩耗は60Hz以上の振動数をもつ現象であるため、運転手には振動トラブルとしてよりも異音として感知される。

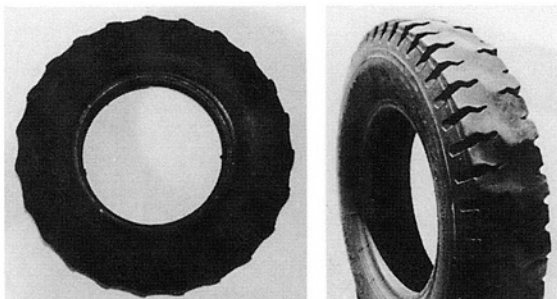
結局、このタイヤの多角形摩耗の発生メカニズムも、タイヤ自身の上下方向の固有モードの振動とホイールアラインメントによってタイヤと路面間の横(車軸)方向のすべりによるタイヤ摩耗とが連成した時間遅れ系の不安定振動である。

4 結言

ゴム巻き回転ロールのロール表面に生じる多角形化現象のメカニズムを実験と解析で明らかにした。このような現象は製鉄機械の鋼製ロールにも多く発生しており、その機



(a) 自励的多角形摩耗の例



(b) 強制自励的多角形摩耗の例

図-10 トラックタイヤの多角形摩耗

一ザロールはトップロール(以後、TRと呼ぶ)とボトムロール(以後、BRと呼ぶ)と呼ばれる一対のゴム巻きロールから構成され、それらはともに軸端の軸受けを介して支持され、一定の線圧(80-100N/mm)がかけられた状態で10Hz前後で回転する。両ロールは外径およびロール長がそれぞれ850mmおよび3500-9000mmの同形である。両ロールの表面は厚さ約25mmの硬質のゴムで覆われており、ロールの一方はJIS硬度85、他の一方はJIS硬度95程度のものが使用されている。図-1は、実機で発生するゴム巻きロールの多角形化を再現するために、ロールの外径750mm、長さ500mmの実験機において多角形化が発生したときの振動波形例を示したもので、上段からTR、BRの上下方向加速度振動波形、TRのゴム部表面の変形量およびロール回転マークを表す。図は相対的に柔らかいTRのゴム部表面に1回転当たりほぼ6周期の正弦的変形が生じている場合であり、ここでは、このような変形を六角形のロールの多角形化と呼ぶ。この変形は時間の経過と共に成長し、TRのゴム部表面の凹凸が両振幅で約0.2mmの変形を伴ってロール系に大きな振動を引き起こす。

2.1 多角形化現象の特徴

実機および実験機における多角形化現象の特徴を要約する。

- (1)比較的長時間回転させた後、多角形化はBRに比べ軟質のTRのゴム部表面に顕著に生じる。その角形数はロール回転数に依存し、回転数が高いほど角形数は小さい。
- (2)多角形化現象の成長過程における振動モードは上下ロールが逆位相であり、その振動数はロール全体系の固有振動数よりもやや低い。
- (3)多角形化現象が発生した後、徐動すると、その多角形は15分程度で消滅する。したがって、ゴム部の変形は粘弾性変形である。
- (4)BRの支持が柔であるほど、ロールの線圧が高いほど、また、ロール回転数が高く角形数が小さいほど多角形化現象は発生しやすい。

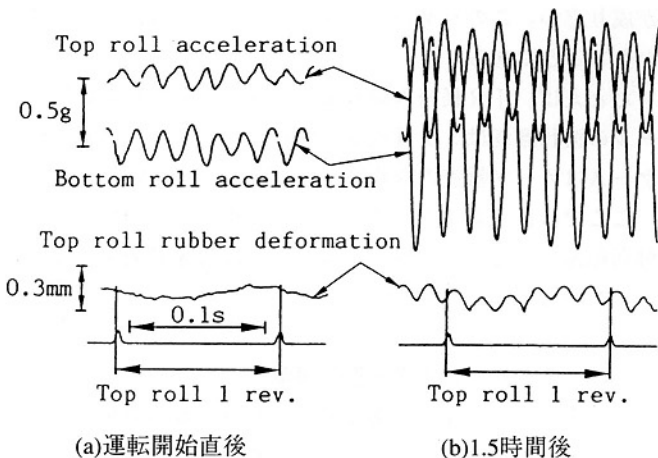


図-1 振動波形とゴム部変形量

(5)発生した多角形状はロールに固定するのではなく、非常にゆっくりとした速度で回転移動する。

2.2 モデル化および理論解析

このようなロール系の多角形化現象を解明するための解析モデルを図-2に示す。多角形化現象は逆位相で発生していることを考慮して、系を最も簡単な2質量系でモデル化する。TRおよびBRをそれぞれ質量が m_1 および m_2 の剛体とし、ロール長手方向の影響は無視する。TRおよびBRはおのほね定数 k_1 および k_2 、粘性減衰係数 c_1 および c_2 なるばねおよびダッシュポットで基礎支持されている。ロールの変形はTRのゴム部表面のみに発生するものとし、BRのゴムは変形しないと仮定する。TRのロール接触部(ニップ部)のゴムはばね定数 k_3 の瞬時弾性変形部とばね定数 k_4 と粘性減衰係数 c_4 からなる遅延弾性変形部とから構成される最も簡単な三要素モデルでモデル化する。多角形化現象の成長過程では、この遅延弾性変形部にその変形が蓄積していくことになる。ニップ部は点接触と仮定し、ニップ部通過直後のゴムの変形量の大部分はロール回転周期後までに回復するが、その残留変形量が次回ニップ部再突入時にフィードバックされる。以上の仮定の下で図-2のように x_1, x_2, z の変位をとると、ロール系の上下方向の振動の運動方程式は、

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_3 (x_1 - z) &= 0 \\ k_3 (z - x_1) + c_4 \dot{z} + k_4 z &= 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_4 \dot{z} - k_4 z = 0$$

となる。ここに、 T をロール回転周期として、

$$\begin{aligned} w &= u(t) - \exp(-\alpha T) u(t - T) \\ u(t) &= z(t) - x_2(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$u(t)$ はニップ部通過直後のゴムの変形量、 $\alpha = k_4/c_4$ はゴム変形回復部の回復特性指数を表す。

式(3)はニップ部通過直後のゴムの遅延弾性変形量が時間 T 後に $\exp(-\alpha T)$ 倍だけ残留し、その残留変形量が改めてニップ部にフィードバックされる時間遅れ系の運動方程式を表す。また、式(4)の第二式第二項がニップ部に再突入する際のゴムの残留変形量を表す。 α や T が小さくなること

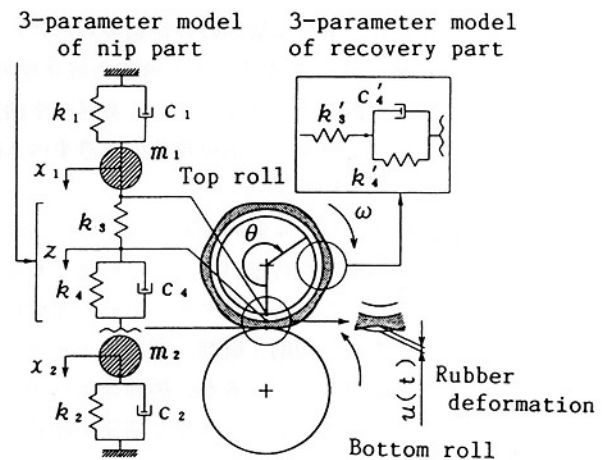


図-2 ロール系のモデル化

と、および隣接する不安定領域間に存在する安定領域で運転することなどが考えられる。

不安定特性根の実部の値は最大でも 10^{-2} オーダであり、一般的な回転体の不安定振動計に比較して非常に小さいという特徴がある²⁾。とくに、実機および実験機の結果では、ロール系の多角形化現象は非常にゆっくりとした速度(TRの振動加速度が1Gを越えるのに30分から1時間30分を要する)で成長する。この傾向は数値計算結果と定性的に一致するが、実験では両ロールの回転に荷分担制御方式が採用されているので、不安定振動の成長速度が解析結果から推定されるものよりもさらに遅くなっていると考えられる。

図-5に、図-4の×印に対するTR外周上のゴム部の変形の時刻歴を示す。3角形の変形パターンがロール回転方向とは逆にゆっくりと移動している。

図-6はニップ部ゴムの瞬時弾性変形部の剛性係数 k_3 を変化させた場合の計算結果である。円筒と円筒の接触をヘルツ接触と見なすと、線圧が増大してニップ部の接触幅が広くなるにつれて k_3 が増大する。 k_3 が大きいほど不安定領域は高回転数領域に移りながら広がっている。したがって、ロール間の線圧が上がれば多角形化現象が発生しやすいという実機および実験機での結果と一致している。

図-7はTRとBRの支持剛性のパターン形成への影響を見たものである。ロール支持ばねの剛性係数を小さくするほど2次モードの不安定振動が発生し易くなり、固有振動数

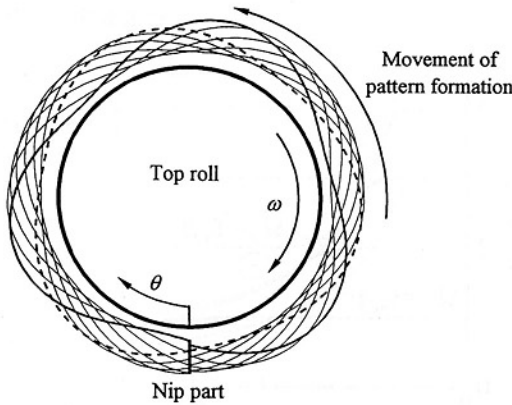


図-5 TRゴム部の変形量の時間経過

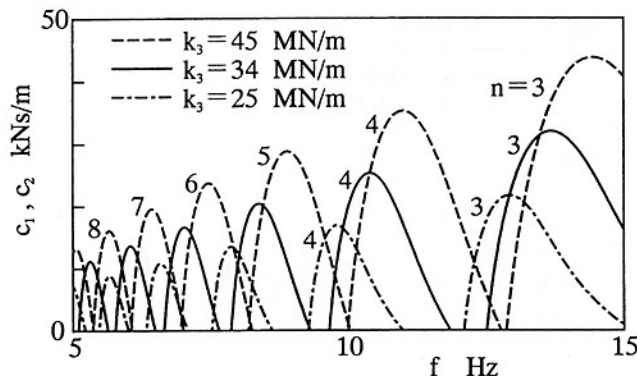


図-6 剛性係数 k_3 の影響

の変化に応じて不安定領域がロール回転数の上下方向に移動する。

図-8は実験機を用いた2次モードの不安定振動の実験結果からパラメータの同定を行った結果である。横軸はロール回転数、縦軸はゴム瞬時弾性係数(ロール線圧に相当)である。図中、×、△、○はそれぞれ激しい振動の発生、わずかな振動の発生、振動の発生がない場合を示す。線圧39.2、63.7および98.0kN/mで実験を行い、39.2kN/mでは不安定振動は生じなかったが、63.7および98.0kN/mでは不安定振動は生じた。あるロール回転数では、線圧の大小により異なった角形数の多角形化現象が発生している。

ゴムの回復特性がパターン形成現象に大きく関わっていることが判明した。その回復特性の測定結果を図-9に示す。

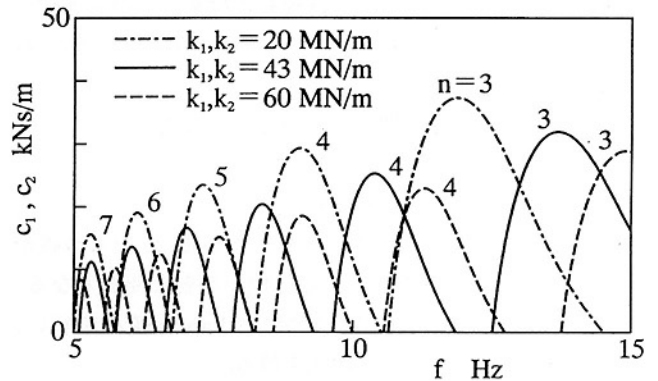


図-7 支持剛性 k_1, k_2 の影響

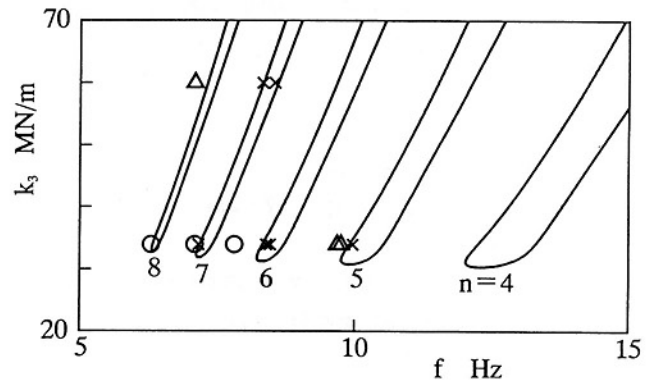


図-8 実験結果の同定

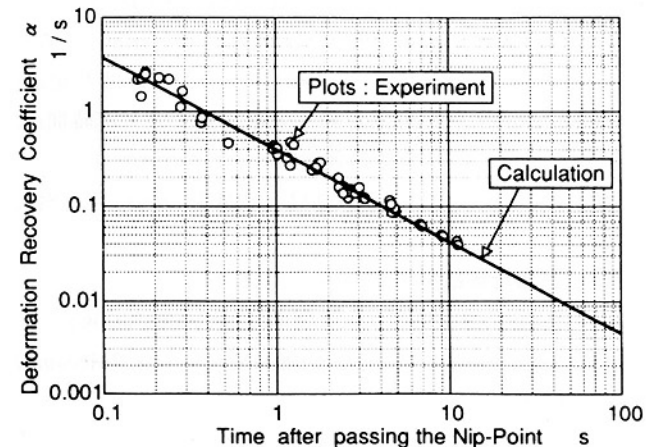


図-9 動的回復特性指数測定結果